

MATEMATICA III

CORSO DI LAUREA IN STATISTICA, ECONOMIA, FINANZA E ASSICURAZIONI
FACOLTÀ DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE, INFORMATICA E STATISTICA
SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA
A.A. 22/23

DOCENTE: DOTT. GIULIO GALISE

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Prova scritta del 06.06.2023

Esercizio 1 (6 punti). Si considerino le funzioni

$$f_1(x, y) = \sqrt{y - x}$$

$$f_2(x, y) = (x - |x|)(y - |y|).$$

Siano X_1 l'insieme di definizione di f_1 e $X_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : f_2(x, y) = 0\}$.

- Rappresentare graficamente gli insiemi X_1 e X_2 .

Dire (senza giustificare la risposta) se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- X_1 è chiuso
- $X_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 0 \leq y\}$
- X_2 è connesso
- $X_1 \cap X_2$ è convesso
- $X_2 \setminus X_1$ è aperto

Esercizio 2 (9 punti). Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y(e^{xy} - 1)}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- i. è continua in $(0, 0)$;
- ii. è derivabile in $(0, 0)$;
- iii. è differenziabile in $(0, 0)$.

Esercizio 3 (9 punti). Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 5x.$$

- i. Determinare eventuali punti di massimo o minimo relativo di f in \mathbb{R}^2 .
- ii. Provare che la funzione f è convessa in \mathbb{R}^2 .
- iii. Stabilire se la funzione f ammette minimo assoluto in \mathbb{R}^2 .
- iv. Stabilire se la funzione f ammette massimo assoluto in \mathbb{R}^2 .

Esercizio 4 (5+3 punti). Sia

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 1\}.$$

(1) Calcolare l'integrale

$$\iiint_D (x^2 + y^2)e^z \, dx dy dz.$$

(2) Usando il punto (1) calcolare l'integrale

$$\iiint_D (x^2 + x^3 + y^2 + y^3)e^z \, dx dy dz.$$