

## MATEMATICA III

CORSO DI LAUREA IN STATISTICA, ECONOMIA, FINANZA E ASSICURAZIONI  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE, INFORMATICA E STATISTICA  
SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA  
A.A. 22/23

DOCENTE: DOTT. GIULIO GALISE

Cognome e nome: .....

Numero di matricola: .....

### Prova scritta del 06.06.2023

**Esercizio 1** (6 punti). Si considerino le funzioni

$$f_1(x, y) = \sqrt{y - x}$$

$$f_2(x, y) = (x - |x|)(y - |y|).$$

Siano  $X_1$  l'insieme di definizione di  $f_1$  e  $X_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : f_2(x, y) = 0\}$ .

- Rappresentare graficamente gli insiemi  $X_1$  e  $X_2$ .

Dire (senza giustificare la risposta) se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- $X_1$  è chiuso
- $X_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 0 \leq y\}$
- $X_2$  è connesso
- $X_1 \cap X_2$  è convesso
- $X_2 \setminus X_1$  è aperto

**Esercizio 2** (9 punti). Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y(e^{xy} - 1)}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- i. è continua in  $(0, 0)$ ;
- ii. è derivabile in  $(0, 0)$ ;
- iii. è differenziabile in  $(0, 0)$ .

**Esercizio 3** (9 punti). Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 5x.$$

- i. Determinare eventuali punti di massimo o minimo relativo di  $f$  in  $\mathbb{R}^2$ .
- ii. Provare che la funzione  $f$  è convessa in  $\mathbb{R}^2$ .
- iii. Stabilire se la funzione  $f$  ammette minimo assoluto in  $\mathbb{R}^2$ .
- iv. Stabilire se la funzione  $f$  ammette massimo assoluto in  $\mathbb{R}^2$ .

**Esercizio 4** (5+3 punti). Sia

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 1\}.$$

(1) Calcolare l'integrale

$$\iiint_D (x^2 + y^2)e^z \, dx dy dz.$$

(2) Usando il punto (1) calcolare l'integrale

$$\iiint_D (x^2 + x^3 + y^2 + y^3)e^z \, dx dy dz.$$